

[宿題]

1. 赤血球を構成している脂質分子にはどのようなものがあるか？
2. 1つの脂質分子の拡散係数が、 $D = 1.0 \times 10^{-8} \text{cm}^2/\text{sec}$ であるときベシクル (赤血球) のサイズ程度の距離を拡散するのに要する時間は、どの程度か？
(ベシクルの典型的サイズとして赤血球の直径 $8\mu\text{m}$ を用い、膜面は平坦だとして考える)
3. (a) 膜の位置座標が $z = h(x, y)$ で与えられるとき、膜の曲率 (平均曲率とガウス曲率) を h, x, y を用いて表現せよ。(Monge 表現)
(b) また、膜の形状が平坦から微小に揺らいでいるとすると (i.e., $|\partial h/\partial x_i| \ll 1, (i \in \{x, y\})$)、平均曲率 H の近似表式 (h の 1 次まで) を求めよ。(Sol. $H = (\partial_x^2 + \partial_y^2)h(x, y)$)
4. 弾性膜の変形エネルギーは、

$$E = \frac{\kappa}{2} \int_A H^2 dA \quad (7)$$

(κ は曲げ弾性係数、 A, dA は膜の面積と面素) であるとする。この時、全問の結果を用いると

$$E = \frac{\kappa}{2} \int q^4 |h(\mathbf{q})|^2 \frac{d^2q}{(2\pi)^2} \quad (8)$$

この膜が、ほぼ平坦な形状から熱ゆらぎにより緩やかに揺らいでいるとき、波数 q を持った膜の揺らぎの振幅の期待値が

$$\langle h(\mathbf{q})h(\mathbf{q}') \rangle = \frac{\int h(\mathbf{q})h(\mathbf{q}')e^{-E/k_B T} \mathcal{D}h}{\int e^{-E/k_B T} \mathcal{D}h} = \frac{2k_B T}{\kappa q^4} \delta(\mathbf{q} + \mathbf{q}') \quad (9)$$

であることを求めよ。実際このような膜の振舞いは、実験により確かめられている。(cf., H.-G. Dübener *et al*, PRL **91**, 048301 (2003))